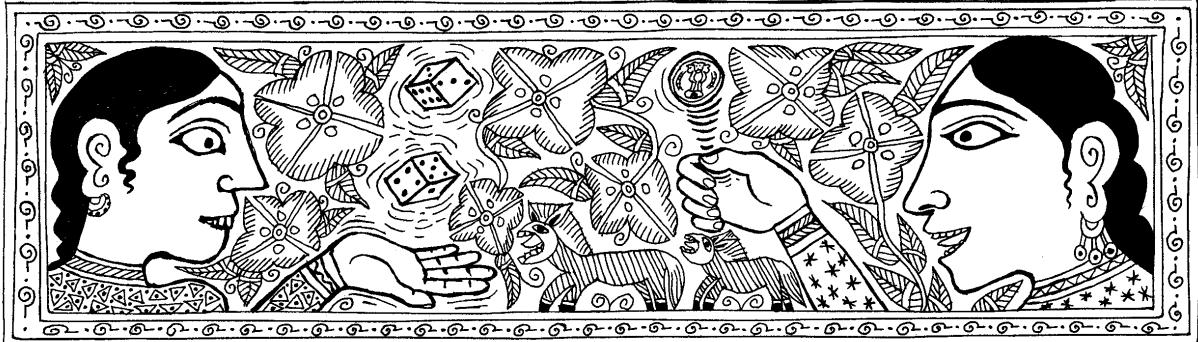


# संयोग और संभाविता

19



## गाड़ी चूके, तो क्यों?

होशंगाबाद जिले के पूर्वी सिरे पर इटारसी इलाहाबाद रेल्वे लाइन पर बनखेड़ी नाम का एक छोटा-सा स्टेशन है। बनखेड़ी से इटारसी की ओर जाने के लिए एक गाड़ी, बीना एक्सप्रेस, सुबह लगभग 10.00 बजे मिलती है। बीना एक्सप्रेस, अधिकतर 15-20 मिनट लेट होती है। परंतु कभी-कभी बिलकुल ठीक समय पर आ जाती है और महीने में एक या दो बार एक-दो घंटे लेट भी रहती है।



बनखेड़ी से इटारसी जाने के लिए एक और गाड़ी, इलाहाबाद-इटारसी पैसेंजर, दोपहर के लगभग बारह बजे मिलती है। परंतु पैसेंजर का यह समय रेल्वे टाइम टेबल में केवल लिखने के लिए लिखा है। वास्तव में पैसेंजर महीने में कई दिन 2-4 घंटे लेट आती है। कम-से-कम एकाध घंटे लेट होना तो पैसेंजर के लिए आम बात है। महीने में एकाध बार, पैसेंजर समय पर आकर बनखेड़ी के लोगों को आश्चर्यचकित कर देती है। हम अब तुमसे रेलगाड़ियों की इस परिस्थिति से जुड़े हुए कुछ सवाल पूछेंगे। आपस में चर्चा करके उनके उत्तर दो।

एक सज्जन बीना एक्सप्रेस पकड़ने के लिए बनखेड़ी स्टेशन एक घंटा देरी से लगभग 11 बजे सुबह पहुंचे। तर्क सहित बताओ कि इन सज्जन को गाड़ी मिलेगी कि नहीं? (1)

एक अन्य सज्जन एक दिन इलाहाबाद इटारसी पैसेंजर पकड़ना चाहते थे। यह सोचकर कि पैसेंजर का एकाध घंटा लेट होना तो आम बात है,

वे बनखेड़ी स्टेशन दोपहर के 1.00 बजे (लगभग 45 मिनट लेट) पहुंचे। स्टेशन पर उन्हें पता चला कि उस दिन गाड़ी समय पर निकल गई।

गाड़ी चूक जाने के लिए उन्होंने अपने भाग्य को खूब कोसा।

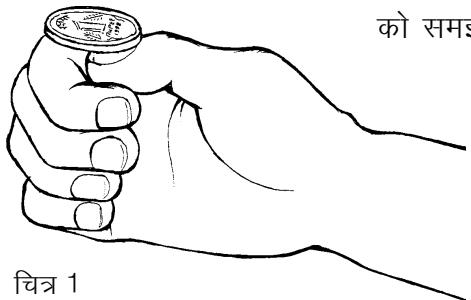
क्या पैसेंजर का समय पर आना एक असंभव घटना थी? ऊपर दिए हुए पैसेंजर के आने के इतिहास को ध्यान में रखते हुए तर्क सहित उत्तर दो।  
(2)

एक कक्षा में कुल पचास बच्चों के नाम दर्ज हैं। औसतन 40 बच्चे कक्षा में उपस्थित रहते हैं। आने वाले सोमवार को कक्षा में उपस्थिति क्या होगी, क्या इसके बारे में ठीक-ठीक बता सकते हो? (3)

चियों-कौड़ियों के खेल तुमने इमली के चियों, कौड़ियों, पांसों या सिक्कों से कई बार खेले होंगे। इन खेलों में हार-जीत तो लगी ही रहती है।

आज तक खेलते-खेलते क्या तुम कोई ऐसा तरीका ढूँढ पाए हो जिससे चिए, कौड़ियां, पांसे या सिक्के तुम्हारी इच्छा के अनुसार ही गिरें? (4) मान लो कि तुमने 4 कौड़ियां एक साथ 20 बार फेंकीं, तो क्या ऐसा हो सकता है कि हर बार ये कौड़ियां एक जैसी ही गिरें? (5)

रेलगाड़ी को पकड़ने या चूकने, किसी दिन कक्षा में उपस्थित बच्चों की संख्या और चियों-कौड़ियों के खेलों में निश्चित अंक लाने जैसी घटनाओं को समझने के लिए आओ, हम कुछ खेल खेलें और प्रयोग करें।



### चित-पट

एक सिक्का लो और उसे इस तरह उछालो कि वह तेजी से चक्कर खाता हुआ जमीन पर गिरे (चित्र 1)। अगर गिरने पर अशोक स्तंभ ऊपर हो, तो उसे चित और अगर अंक वाली सतह ऊपर हो तो उसे पट मानो।

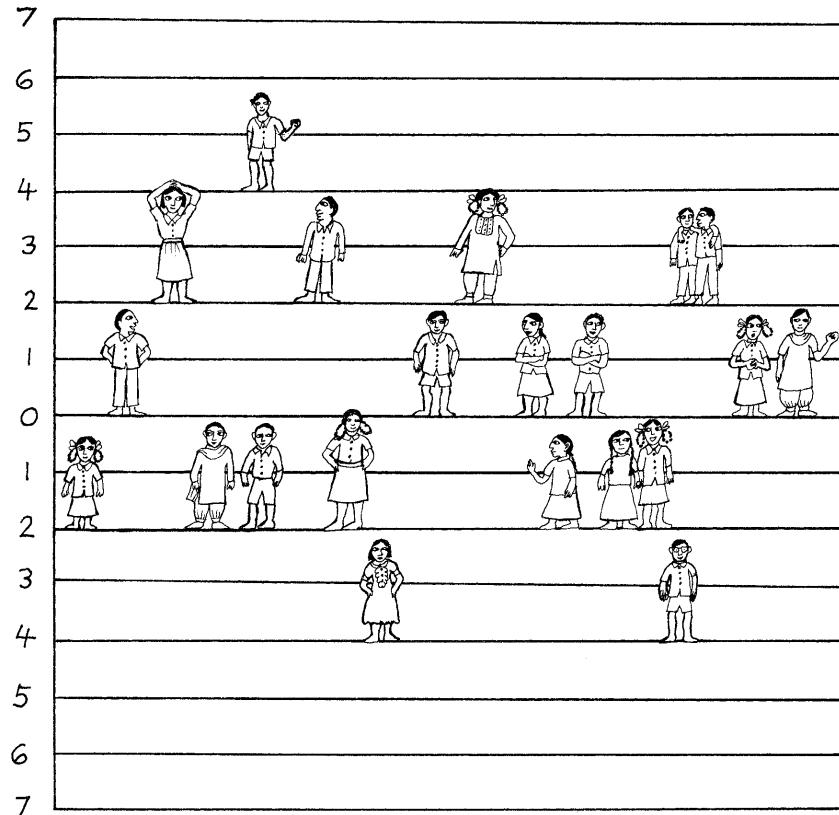
### चित-पट की दौड़ - एक खेल : प्रयोग [1]

इस खेल को सब विद्यार्थी एक साथ खेलेंगे। इस खेल में कम-से-कम 20 विद्यार्थी जरूर हों। यदि तुम्हारी कक्षा में 20 से कम विद्यार्थी हों, तो छठी व सातवीं कक्षा के विद्यार्थियों को भी मिला लो। याद रखो कि उन्हें खेल व व्यक्तिगत चार्ट बनाना समझाना पड़ेगा। खेल की तैयारी के लिए तुम सब मिलकर खुले मैदान में जमीन पर एक-एक कदम की दूरी पर पंद्रह समांतर लाइनें खींच लो। हर लाइन इतनी लंबी खींचो कि उस पर सब विद्यार्थी थोड़ी-थोड़ी दूरी पर एक साथ खड़े हो सकें। बीच वाली लाइन को '0-लाइन' (शून्य लाइन) नाम दो। '0-लाइन' की एक तरफ की लाइनों को क्रमवार आगे-1, आगे-2, आगे-3, . . . और दूसरी तरफ की

लाइनों को क्रमवार पीछे-1, पीछे-2, पीछे-3, . . . इत्यादि नाम दो। इस खेल में अपने अध्यापक/अध्यापिका को रेफरी बनाओ।

### खेल खेलने का ढंग

शुरू में सब विद्यार्थी '0-लाइन' पर आगे-1 लाइन की ओर मुँह करके बैठ जाएं। सब विद्यार्थियों के हाथ में एक-एक सिक्का हो। रेफरी के सीटी बजाने पर सब विद्यार्थी अपना-अपना सिक्का उछालें और देखें कि चित आया है या पट। जिनका चित आए वे एक कदम आगे, आगे-1 लाइन पर और जिनका



पट आए वे एक कदम पीछे, पीछे-1 लाइन पर जाकर बैठ जाएं। यह पहली चाल होगी। अगली चालों में भी जब चित आए तो जिस लाइन पर खड़े हो उससे एक कदम आगे बढ़ो और जब पट आए तो एक कदम पीछे हटो।

हर बार रेफरी के सीटी बजाने पर सब विद्यार्थी एक साथ अपना-अपना सिक्का उछालें और अगली चाल चलें।

आगे-7 या पीछे-7 लाइन पर सबसे पहले पहुंचने वाला विद्यार्थी यह दौड़ जीत जाएगा और तभी दौड़ समाप्त हो जाएगी।

### खेल का विवरण

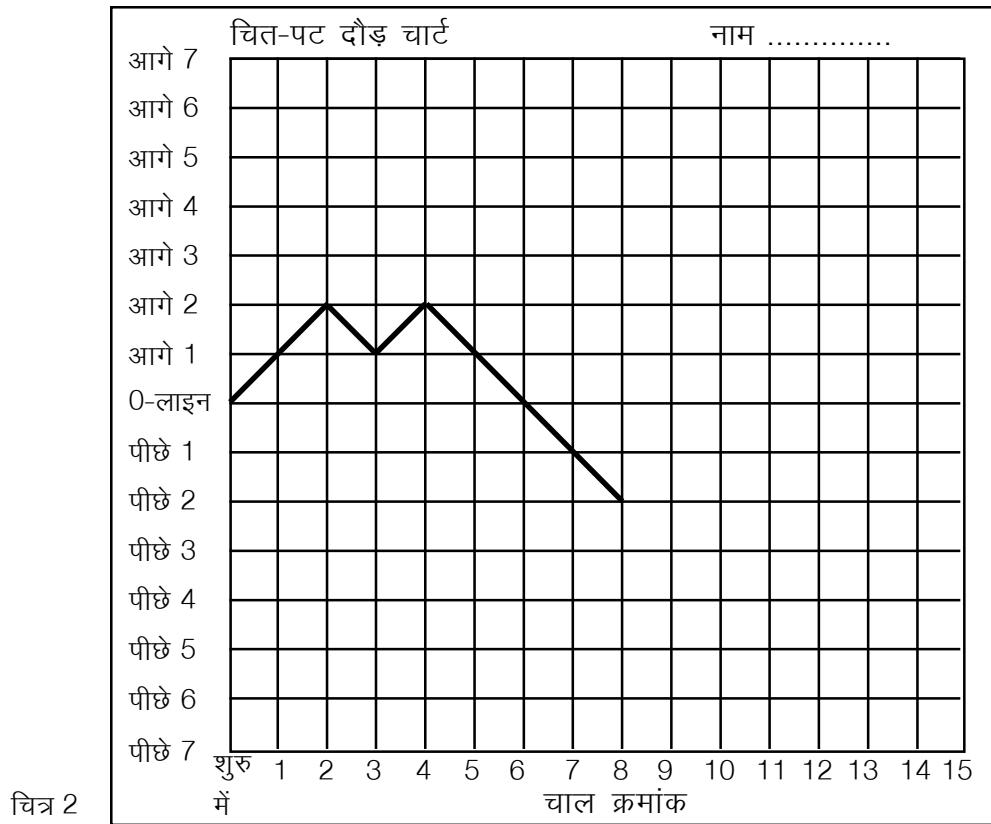
इस खेल का विवरण दो तरह से रखा जाएगा।

**1. व्यक्तिगत चार्ट-** हर विद्यार्थी अपनी-अपनी चाल का विवरण किट कॉपी में दिए 'चित-पट दौड़ चार्ट' पर दिखाए। चार्ट भरने का तरीका एक उदाहरण के द्वारा नीचे समझाया गया है।

खेल शुरू करने से पहले एक विद्यार्थी ने अपनी स्थिति दिखाने के लिए '0-लाइन' की आड़ी रेखा और 'शुरू में' की खड़ी रेखा के कटान बिंदु पर एक मोटा बिंदु लगा लिया। अब मान लो कि इस विद्यार्थी की चालों में क्रमशः चित, चित, पट, चित, पट, पट, पट, पट आए। हर चाल के बाद वह जिस लाइन पर पहुंचा, उस लाइन की आड़ी रेखा व चाल क्रमांक की

खड़ी रेखा के कटान बिंदु पर उसने एक-एक मोटा बिंदु लगाया (चित्र 2)।

खेल खत्म होने पर उसने सब बिंदुओं को सरल रेखाओं से क्रमवार जोड़



**तालिका 1 : सामूहिक तालिका**

	लाइन पर खिलाड़ी संख्या														
	पीछे							पूर्व	आगे						
	7	6	5	4	3	2	1		2	3	4	5	6	7	
शुरु में								26							
पहली								12	-	14					
दूसरी							10	-	9	-	7				
तीसरी					5	-	8	-	9	-	4				
चौथी			4	-	6	-	7	-	6	-	3				
पांचवीं		3	-	5	-	2	-	12	-	3	-	1			
छठी	1	-	4	-	4	-	8	-	5	-	3	-	1		
सातवीं	1	-	3	-	4	-	8	-	1	-	7	-	2	-	-
आठवीं															
नौवीं															
दसवीं															
ग्यारहवीं															

दिया। तुम्हें भी अपनी चालों का विवरण अपने 'चित-पट दौड़ चार्ट' पर ऐसे ही बनाना होगा। चालों का विवरण दिखाने के लिए खेल खेलते समय अपनी किट कॉपी हाथ में रखो और हर चाल के बाद चार्ट पर अपनी स्थिति का बिंदु लगाते जाओ।

**2. सामूहिक तालिका-** खेल का सामूहिक विवरण तुम्हारे अध्यापक/अध्यापिका (खेल के रेफरी) द्वारा रखा जाएगा। सामूहिक विवरण लिखने का तरीका तालिका 1 में दिखाया गया है। इस सामूहिक तालिका में किसी एक खेल की अलग-अलग चालों के बाद विद्यार्थियों की संख्या का विवरण उदाहरण के लिए दिखाया गया है। तुम्हारे खेल का विवरण इस उदाहरण से भिन्न होगा।

खेल शुरू करने से पहले रेफरी एक ऐसी ही खाली तालिका श्यामपट पर बना लें। 'शुरू में' की स्थिति दिखाने के लिए इस तालिका में '0-लाइन' पर खड़े हुए विद्यार्थियों की संख्या भर दें। अब हर चाल के बाद हर लाइन पर रेफरी विद्यार्थियों की संख्या गिनकर तालिका में लिखते जाएं। ऐसा खेल के अंत तक करें।

## खेल पर चर्चा

अब ऊपर लिखे तरीके से खेल खेलकर अपने व्यक्तिगत चार्ट बनाओ।

खेल में कौन जीता? (6)

खेल की सामूहिक तालिका श्यामपट पर से अपनी किट कॉपी में दिए हुए चौखाने वाले एक कागज पर उतार लो। (7)

अपना व्यक्तिगत चार्ट देखकर बताओ कि खेल में क्या तुम्हारे आगे-पीछे जाने का कोई निश्चित क्रम था? (8)

इसी तरह क्या चियों-कौड़ियों के खेल में तुम बता सकते हो कि तुम्हारे अंक किस क्रम में आएंगे? (9)

सब विद्यार्थी अपना-अपना व्यक्तिगत चार्ट कक्षा की दीवार पर चिपका दें। सबके व्यक्तिगत चार्टों को गौर से देखो।

क्या सबकी चाल में आगे-पीछे जाने का कोई निश्चित क्रम था? (10)

ऐसी चाल को तुम क्या नाम दोगे? (11)

रंगीन पेंसिल या लाल स्याही की मदद से अपने व्यक्तिगत चार्ट में दिखाओ कि,

अगर सिकका उछालने पर हर चाल में केवल चित ही आए तो व्यक्तिगत चार्ट कैसा दिखेगा? (12)

यदि हर चित के बाद पट और हर पट के बाद चित आता, तो तुम्हारा व्यक्तिगत चार्ट कैसा बनता? (13)

हो सकता है कि किसी कक्षा में एकाध विद्यार्थी का लगातार केवल चित ही चित या लगातार पट ही पट आए या चित-पट आने का कोई और निश्चित क्रम हो।

ऐसी स्थिति में तुम चित-पट आने के क्रम के बारे में किस आधार पर निष्कर्ष निकालोगे? एकाध विद्यार्थी के अलग ढंग के परिणामों के आधार पर या अधिकांश विद्यार्थियों के परिणामों के आधार पर? कारण सहित समझाओ। (14)

सामूहिक तालिका को देखो।

खेल के शुरू में सब विद्यार्थी किस लाइन पर थे? (15)

जैसे-जैसे खेल में चालें चली गईं, वैसे-वैसे लाइनों पर विद्यार्थी किस प्रकार बंटते गए? (16)

खेल खत्म होने पर सामूहिक तालिका में आखिरी चाल में अलग-अलग लाइनों पर विद्यार्थियों की संख्या देखो।

क्या अधिकतर विद्यार्थी '0-लाइन' के आस-पास की लाइनों पर थे या '0-लाइन' से दूर वाली लाइनों पर? (17)

यदि एक विद्यार्थी के सातवीं लाइन पर पहुंचने पर खेल खत्म न किया जाए और चालें चलते रहें तो क्या होगा? सोचकर बताओ। (18)

क्या तुम इस खेल के शुरू में बता सकते थे कि कौन जीतेगा? (19)  
चित-पट की दौड़ में हारने-जीतने की भविष्यवाणी करना क्यों संभव नहीं है? समझाकर लिखो। (20)

चित-पट की दौड़ में क्या तुम सभी विद्यार्थी एक साथ जीत सकते हो? कारण सहित उत्तर दो। (21)

### चित ज्यादा कि पट

प्रयोग 1 में कौन-सा खिलाड़ी किस लाइन पर पहुंचेगा यह इस पर निर्भर करता है कि उसके चित अधिक आए हैं या पट। जो खिलाड़ी '0-लाइन' पर होंगे उनके चितों और पटों की संख्या बराबर आई होगी। 'आगे-3' लाइन पर बैठे खिलाड़ियों के 3 चित अधिक आए होंगे और 'पीछे-3' लाइन पर बैठे खिलाड़ियों के 3 पट अधिक आए होंगे। जिसके जितने अधिक चित आएंगे वह '0-लाइन' के उत्तने ही आगे होगा। जिसके अधिक पट आएंगे वह '0-लाइन' के उत्तने ही पीछे होगा।

सामूहिक तालिका देखकर बताओ कि अंतिम चाल में सबसे अधिक छात्र किस लाइन पर थे? (22)

इस लाइन पर आने वाले छात्रों के चितों और पटों की संख्या में कितना अंतर है? (23)

## दो मुख्य सवाल

इस खेल के बाद तुम्हारे सामने निम्नलिखित मुख्य सवाल हैं-

क्या हर चित के बाद पट व हर पट के बाद चित आया है? यदि नहीं तो, क्या चित व पट बराबर संख्या में आते हैं? यदि यह भी नहीं होता तो क्या होता है?

अगर इस खेल को दुबारा खेला जाए, तो जो विद्यार्थी पहली बार जीता था, क्या वो इस बार भी जीतेगा? अगर समय हो तो यह खेल दुबारा खेलो और पता करो। (24)

इन सवालों का शायद थोड़ा-बहुत उत्तर तुम्हें खेल से मिला होगा। इन उत्तरों की पुष्टि तभी होगी जब चित-पट के प्रयोग कई बार दोहराए जाएंगे। हर चाल में चित आता है या पट यह तो हम नहीं कह सकते। परन्तु यदि कई बार सिक्का उछालें तब हम मोटे तौर पर कह सकते हैं कि कितनी बार चित आएगा और कितनी बार पट।

ज्यादा चालों के लिए हम कुछ प्रयोग करेंगे।

### प्रयोग [2]

कक्षा के सभी विद्यार्थी प्रयोग के लिए एक-एक सिक्का ले लें।

इस सिक्के को तुम्हें सौ बार उछालना होगा। और यह पता करना होगा कि इन सौ चालों में कितनी बार चित आता है और कितनी बार पट।

अंदाज से बताओ अगली सौ चालों में कितनी बार चित आएगा। (25)

अपने अवलोकनों को दर्ज करने के लिए चौखाने कागज पर एक वर्गाकार टुकड़ा काट लो, जिसमें हर आड़ी लाइन में 10-10 खानें हों। या अपनी किट कॉपी में दिया गया  $10 \times 10$  खानों वाला सिक्का उछाल चार्ट लो।

पहली उछाल में अगर चित आए तो पहले खाने में सही (✓) का मिशान और अगर पट आए तो गलत (X) का चिन्ह लगाओ। इसी तरह हर उछाल में चित आने पर सही और पट आने पर गलत का चिन्ह लगाओ।

एक लाइन पूरी होने पर उसमें बने सही की संख्या गिनो। यह बताता है कि दस बार सिक्का उछलाने पर कितनी बार चित आया। इसको उस लाइन की दाहिनी तरफ लिखो (चित्र 3)।

चित्र 3

X	X	X	✓	X	✓	X	✓	X	X	3
✓	X	X	✓	✓	✓	✓	✓	X	✓	6

सौ बार सिक्का उछालने पर चार्ट भर जाएगा। दाहिने लिखी संख्याओं को जोड़कर पता करो कि सौ उछालों में कितनी बार चित आया।

खेल के परिणामों के आधार पर हम पूरी कक्षा के आंकड़ों का योग करेंगे। प्रयोग के पहले तुमने चितों की संख्या का अनुमान लगाया था।

तुम्हारे अनुमान से चितों की संख्या कितनी ज्यादा/कम है? (26)

तुमने अनुमान किस आधार पर लगाया था? (27)

हरेक ने 100 बार सिक्का उछाला। बताओ पूरी कक्षा में कुल कितनी बार सिक्का उछाला गया? (28)

प्रश्न (28) के उत्तर के आधार पर अनुमान लगाओ कि कक्षा में कुल कितनी बार चित आया होगा। (29)

**तालिका 2: टोली की तालिका**

क्र.	छात्र क्रमांक	चित	पट	कुल उछालें
1.	छात्र 1			100
2.	छात्र 2			100
3.	छात्र 3			100
4.				
5.				
योग				

एक सामूहिक तालिका (तालिका 2) में सभी के आंकड़े लिख लो।

बहुत बार सिक्का उछालने से कितनी बार चित या पट आया यह तुमने प्रयोग के आधार पर पता किया।

क्या तुम इस आधार पर बता सकते हो कि एक बार सिक्का उछलाने पर चित आएगा या पट? (30)

हम एक घटना की भविष्यवाणी नहीं कर सकते, पर उसकी संभाविता प्रयोग के आधार पर निकाल सकते हैं।

तालिका 2 में लिखी कुल चित संख्या को कुल उछालों की संख्या से भाग दें, तो हमें एक उछाल में चित की संभाविता मिलती है।

यानी

$$\text{चित की संभाविता} = \frac{\text{कुल चित संख्या}}{\text{कुल उछालें}}$$

इसी तरह,

$$\text{पट की संभाविता} = \frac{\text{कुल पट संख्या}}{\text{कुल उछालें}}$$

तालिका 2 के सामूहिक आंकड़ों से इन दोनों संख्याओं की गणना करो।

चित और पट की संभाविता का जोड़ कितना है? (31)

एक सिक्का उछालने पर या तो चित आएगा या पट। क्या तुम इस आधार पर पिछले प्रश्न के उत्तर को समझ सकते हो?

किसी घटना (जैसे सिक्का उछालना) के कई संभावित परिणाम (चित या पट) हो सकते हैं। किसी एक परिणाम की संभाविता इसी तरह प्रयोग से

निकाल सकते हैं।

$$\text{किसी परिणाम की संभाविता} = \frac{\text{वह परिणाम कितनी बार आया}}{\text{घटना कुल कितनी बार घटी}}$$

संभाविता कम से कम शून्य और ज्यादा से ज्यादा एक के बराबर हो सकती है। अगर किसी घटना का होना बिलकुल तय हो, तो उसकी संभाविता 1 होती है। उदाहरण के तौर पर दिन के बाद रात आने की संभाविता एक है, क्योंकि हर घटना (हर दिन) के बाद रात आने का परिणाम निश्चित है।

क्या तुम किसी और घटना का उदाहरण दे सकते हो, जिसकी संभाविता एक है? (32)

क्या तुम किसी ऐसी घटना का उदाहरण दे सकते हो, जिसकी संभाविता शून्य है? (33)

क्या तुम्हारी निकाली हुई चित और पट की संभाविता लगभग बराबर है?

(34)

यह जरूरी नहीं कि हर परिणाम की संभाविता बराबर हो। प्रयोग 4 में हम देखेंगे कि अलग-अलग परिणामों की संभाविता अलग-अलग हो सकती हैं।

## संभाविता व भविष्यवाणी

क्या तुम अपनी निकाली हुई सम्भाविताओं के आधार पर कह सकते हो कि दस बार सिक्का उछालने पर कितने चित और कितने पट आएंगे? (35)

प्रयोग करके देखो।

क्या तुम्हारा अनुमान सही निकला? (36)

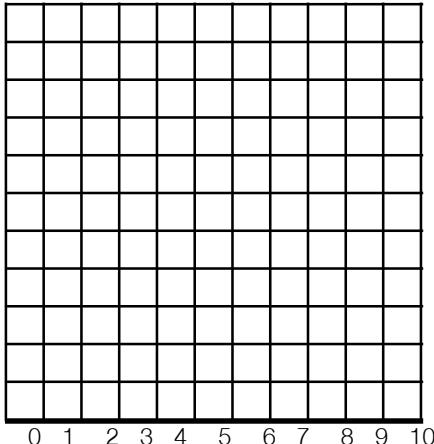
कक्षा के सभी बच्चों की दस उछालों के आंकड़े इकठ्ठा करके देखो कितने चित और कितने पट आए। (37)

उछालों की संख्या बढ़ाने से क्या अंतर पड़ता है? इसको और अधिक स्पष्ट करने के लिए हम इन्हीं आंकड़ों के साथ एक और प्रयोग करेंगे।

## प्रयोग [3]

इस प्रयोग में हम प्रयोग 2 से प्राप्त आंकड़ों को एक और ढंग से सजाकर देखेंगे। एक लाइन में दर्शाई गई दस उछालों को हम एक चाल मानेंगे। दाहिनी तरफ लिखी हुई संख्या बताती है कि उस चाल में चितों की संख्या क्या है। यह संख्या 0 से 10 के बीच होगी। जैसे कि चित्र 3 में पहली चाल में 6 चित आए और दूसरी चाल में 3 चित आए। जब प्रयोग पूरा हो गया, तो हम संख्याओं को गिनकर बता सकते हैं कि दस चालों में 6 चित कितनी बार आए।

इन्हीं संख्याओं के आधार पर हम एक स्तंभालेख बनाएंगे। स्तंभालेख से हमें एक नजर में मालूम हो सकेगा कि कितनी बार कितने चित आए।



चित्र 4

### स्तंभालेख बनाने का तरीका

अपनी किट कॉपी में से एक चौखाने वाला कागज निकाल लो। इसकी एक रेखा पर पेंसिल से एक मोटी लाइन बना लो। जैसा कि चित्र 4 में दिखाया गया है।

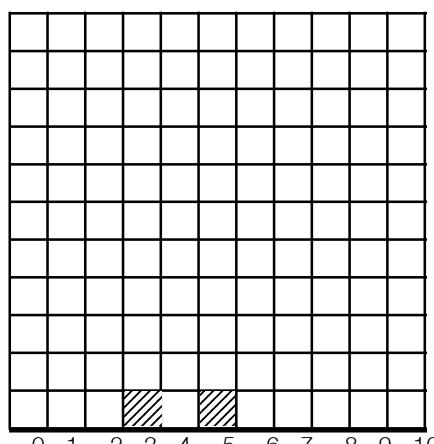
चौखाने कागज पर चित्र के अनुसार 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 और 10 लिख लो। यह हर चाल में आए चितों की संख्याएं हैं। तुम्हें इस चौखाने कागज पर यह दर्शाना है कि 10 चालों में कितनी बार कितने चित आए।

उदाहरण के लिए यदि पहली चाल में 3 चित आते हैं, हम चित्र के अनुसार 3 के ठीक ऊपर वाले खाने को पेंसिल से काला कर देंगे।

इसी तरह अगली चाल में अगर 5 चित आते हैं तो हम चौखाने कागज पर 5 के ऊपर वाले खाने को काला कर देंगे (चित्र 5)। अगली चाल में अगर दुबारा 5 चित आते हैं तो हम 5 के ऊपर वाले अगले खाने को काला कर देंगे (चित्र 6)।

इसी प्रकार हर चाल में चितों की संख्या के अनुसार खाने भरते जाने हैं। 10 चालों के पूरा होते ही तुम्हारा स्तंभालेख भी तैयार हो जाएगा। इस स्तंभालेख के अनेक फायदे हैं।

उदाहरण के लिए खानों को गिनकर सरलता से बताया जा सकता है कि कितनी बार कितने चित आए। इसके अलावा इस चित्र को देखते ही हरेक स्तंभ की लंबाई से ही हमें अंदाजा लग जाता है कि कौन-सी चित संख्या ज्यादा बार आई और कौन-सी कम बार।



चित्र 5

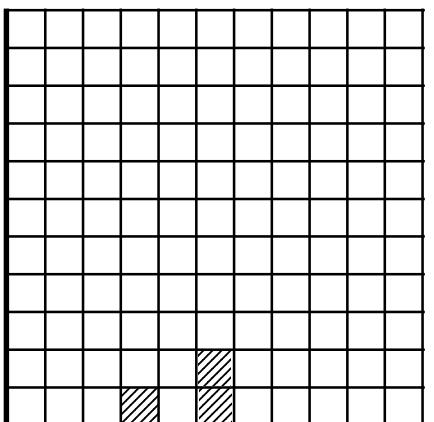
ऊपर बताए गए तरीके से 10 चालों के परिणामों का स्तंभालेख तैयार करो। (38)

स्तंभालेख के आधार पर बताओ की क्या सभी चित संख्याएं लगभग बराबर-बराबर आई? (39)

सबसे ज्यादा बार कौन-सी चित संख्या आई? (40)

सबसे अधिक बार आने वाली संख्या को **बहुसम्मत मान** कहते हैं।

अब टोली के सभी सदस्यों के आंकड़ों को मिलाकर एक स्तंभालेख बनाओ। चित्र 7 में एक टोली के दो सदस्यों ने एक ही कागज पर अपने आंकड़े दर्शाए हैं। पहले छात्र ने 'x' के निशान लगाए हैं, दूसरे ने '0' के। इसी तरह बाकी दो सदस्यों को भी इसमें अपने आंकड़े भरने हैं।



चित्र 6

क्या तुम्हारे स्तंभालेख में और टोली के स्तंभालेख में कोई अंतर नज़र आया? (41)

पूरी टोली के आंकड़ों में चित संख्या का बहुसम्मत मान क्या है? (यानी कौन-सी चित संख्या सबसे ज्यादा बार आई?) (42)

सभी टोलियां अपने-अपने स्तंभालेख दीवार पर चिपका दें।

अपने स्तंभालेख केवल चारों कोनों पर गोंद लगाकर हल्के से चिपकाओ ताकि वे बाद में आसानी से उतारे जा सकें। इनको बाद में अपनी कॉपी में चिपकाना है।

इन सभी स्तंभालेखों को गौर से देखो।

क्या सभी टोलियों के स्तंभालेख एक से हैं? (43)

क्या इन स्तंभालेखों के आधार पर बता सकते हो कि क्या किसी चित संख्या के आने की संभावना अधिक है? (44)

इन स्तंभालेखों से निकले निष्कर्ष केवल 40 चालों पर (यानी 400 बार सिक्का उछालने पर) आधारित हैं।

अगर 40 से अधिक चालें चली जाए तो क्या परिणाम भिन्न आएंगे? अनुमान लगाओ। (45)

अपने अनुमान को परखने के लिए हमें 10 से ज्यादा चालें चलनी पड़ेंगी। पर सभी टोलियों में यही प्रयोग किया गया है। तो क्यों न हम सभी टोलियों के आंकड़ों को मिला दें?

तो चलो, सभी टोलियों के आंकड़ों को मिलाकर एक सामूहिक स्तंभालेख बनाते हैं।

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		

चित्र 7

### तालिका 3: सामूहिक तालिका

कितनी बार चित संख्या आई										
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
टोली क्र 1										
टोली क्र 2										
टोली क्र 3										
टोली क्र 4										
योग										

तालिका 3 जैसी तालिका अपनी कॉपी में बनाओ। सब टोलियों के स्तंभालेख बारी-बारी से देखो।

इस तालिका में सब टोलियों के आंकड़ों को लिखो और तालिका की अंतिम लाइन में आंकड़ों का योग निकालो। योग के आंकड़ों के आधार पर पूरी कक्षा का सामूहिक स्तंभालेख बनाओ। ध्यान रखो ये संख्याएं बड़ी-बड़ी होंगी। इसलिए सामूहिक स्तंभालेख बनाने के लिए तुम्हें उचित पैमाना चुनना होगा।

अपने व्यक्तिगत और टोली के स्तंभालेख की तुलना सामूहिक स्तंभालेख से करो।

क्या सामूहिक स्तंभालेख व तुम्हारे स्तंभालेख में कुछ एक जैसा है? सोचकर उत्तर कॉपी में लिखो। (46)

### जरा सोचो

एक कक्षा में विद्यार्थी कम आए थे। इसलिए सामूहिक स्तंभालेख बनाने में आंकड़े कम पड़ रहे थे। गुरुजी ने कहा: "कोई बात नहीं, मेरे पास पिछले साल के आंकड़े पड़े हुए हैं। उनको भी अपने आंकड़ों के साथ मिला लेते हैं।" क्या पिछले साल के आंकड़ों को शामिल करने से प्रयोग में अंतर आएगा? क्यों? (47)

इस पर जरा सोचो और आपस में चर्चा करो।

प्रयोग 2 में सभी घटनाओं की संभाविता बराबर थी परंतु ऐसा हमेशा नहीं होता है। अक्सर अलग-अलग घटनाओं की संभाविता में अंतर होता है। अगले प्रयोग में तुम ऐसा ही होता देखोगे।

### घुड़दौड़ का खेल : प्रयोग 4

इस प्रयोग में तुम घुड़दौड़ का एक खेल खेलोगे। इस खेल में 1 से 12 अंक तक के घोड़े अंतिम रेखा (10) तक पहुंचने की होड़ करते हैं। इसके लिए हमें असली घोड़ों की जरूरत नहीं, झूठ-मूठ के घोड़ों से ही अच्छा काम चल जाएगा। इन घोड़ों को एक कागज पर 'X' निशान से दर्शाया जाएगा और इस कागज को ही उनके दौड़ने का मैदान मान लिया जाएगा।

तो चलो एक चौखाना कागज लो। चित्र 8 के अनुसार आड़ी व खड़ी रेखाओं के बीच संख्याएं लिख लो। खेल के शुरू में सभी घोड़े शून्य रेखा पर होंगे और इन्हें दसवीं रेखा तक पहुंचना है। घोड़ों को आगे बढ़ाने के लिए 2 पांसों (गुटकों) का उपयोग किया जाएगा।

अपनी विज्ञान की किट में से 2 गुटके लो। हर गुटके की सतहों पर क्रमशः 1, 2, 3, 4, 5 और 6 संख्याएं कागज पर लिख कर चिपका दो। इनमें फर्क करने के लिए एक गुटके पर पहचान के लिए एक निशान लगा दो।

कोई घोड़ा तभी एक कदम आगे चलेगा जब दोनों गुटकों पर आए अंकों का जोड़ उस घोड़े के नंबर के बराबर होगा। उदाहरण के लिए घोड़ा क्रमांक '5' एक कदम आगे तभी बढ़ेगा, जब गुटकों पर '4' और '1' या '3' और '2' आएं। इसी तरह घोड़ा क्रमांक '12' तभी आगे चलेगा जब दोनों गुटकों पर '6' आए।

अब अनुमान लगाओ कि कौन से घोड़े के दौड़ जीतने की संभावना अधिक है? (48)

किन घोड़ों के दौड़ जीतने की संभावना कम है? (49)

क्या कोई घोड़ा ऐसा भी है जो कभी भी दौड़ नहीं सकता है? (50)

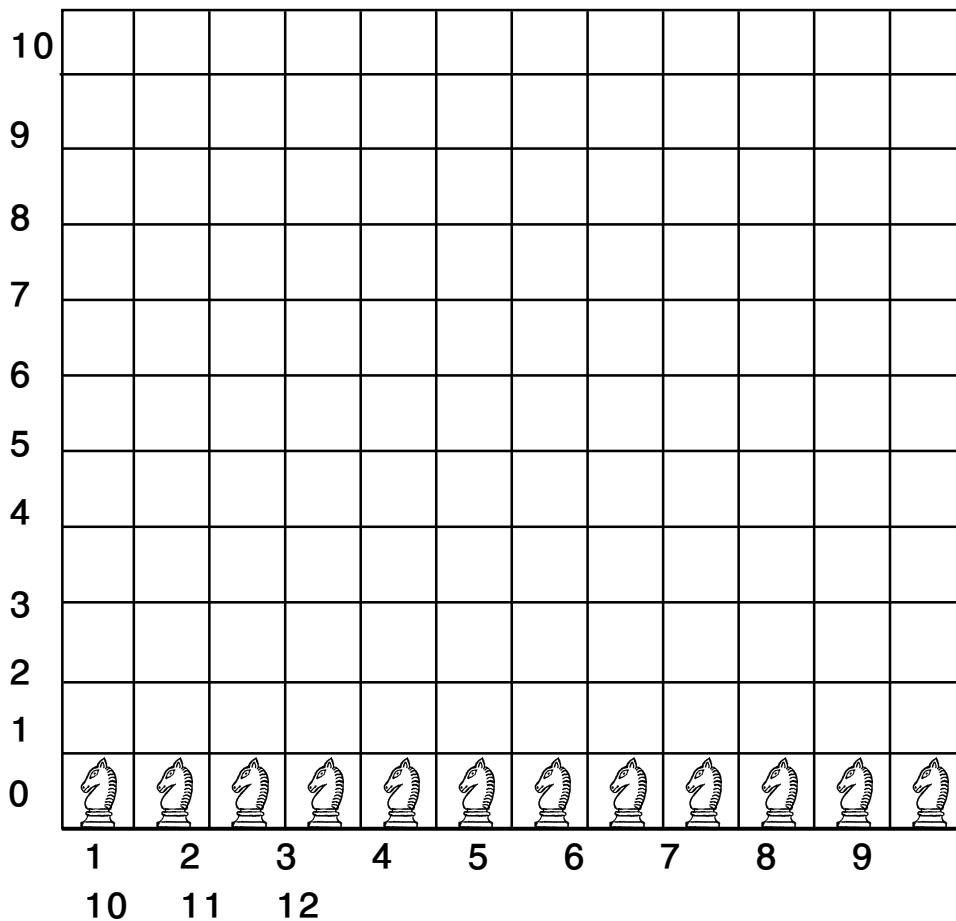
चूंकि यह खेल नया है, पहले तुम्हारे गुरुजी इस खेल को खेल कर दिखाएंगे। फिर हर टोली खुद इस खेल को खेलकर देखे। खेल के बीच में चाहो तो तुम दौड़ के परिणाम के बारे में अनुमान बदल सकते हो।

जब खेल खत्म हो जाए, तो खेल के आंकड़े तालिका 4 में नोट करो। (51)

क्या खेल शुरू होने से पहले खेल के परिणाम के बारे में तुम्हारे द्वारा लगाए गए अनुमान सही निकले? (52)

**तालिका 4 :**  
**टोली के परिणाम**

घोड़ा क्रमांक	कुल कितने कदम आगे बढ़ा
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	



चित्र 8 : घुड़दौड़ - शुरू की स्थिति

कौन सा घोड़ा दौड़ जीता? (53)

आपस में चर्चा करके लिखो कि दौड़ में सभी घोड़े बराबर कदम आगे क्यों नहीं बढ़े? (54)

अब क्यों न सभी टोलियों के आंकड़ों को इकट्ठा करके देखा जाए कि क्या परिणाम आते हैं?

नीचे एक सामूहिक तालिका दी है। इसे ब्लैकबोर्ड पर बनाओ और सभी टोलियों के आंकड़े इसमें लिखो।

### **तालिका 5: घुड़दौड़ की सामूहिक तालिका**

कौन सा घोड़ा कितने कदम चला?											
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
टोली क्र 1											
टोली क्र 2											
टोली क्र 3											
टोली क्र 4											
योग											

सामूहिक तालिका देखकर बताओ कि कौन-सा घोड़ा सबसे ज्यादा कदम चला और कौन-से घोड़े सबसे कम? (55)

क्या कोई टोली ऐसी भी है जिसकी दौड़ घोड़ा क्रमांक '2' या '12' ने जीती? (56)

घोड़ा क्रमांक '2' और '12' के दौड़ जीतने की संभावना कम क्यों है? (57)

इस खेल के परिणामों को एक सुंदर स्तंभालेख से भी दर्शाया जा सकता है। घोड़ों के एक कदम चलने को 1 से.मी. मान लो। अब तुम्हारी टोली में जो घोड़ा जितने कदम चला हो, उसके लिए उतने से.मी. की कागज की एक पट्टी काटो। पट्टी 1 से.मी. चौड़ी हो। पट्टी पर घोड़ा क्रमांक भी लिखो। प्रत्येक टोली एक के बाद एक अपनी पट्टियां दीवार पर चिपकाए। पहले घोड़ा क्रमांक 1 की पट्टियों को लंबाई में एक-दूसरे से सटाकर चिपकाओ। इसी प्रकार से सभी घोड़ों की पट्टियां पास-पास चिपकाना है।

घुड़दौड़ के खेल में अगर दोनों पांसों की संख्या को जोड़ने के बजाय हम उन्हें घटाते तो क्या होता?

अनुमान से बताओ इस खेल में कौन-सा घोड़ा जीतेगा। (58)  
घटाने वाला खेल खेलो और देखो कि तुम्हारा अनुमान सही था या नहीं।  
(59)

### **संयोग क्या है?**

तुमने इस अध्याय में कई प्रयोग किए और कई उदाहरण देखे जिसमें एक घटना के दो (या उससे अधिक) परिणाम थे। इन परिणामों की संभाविता निकालकर तुम उस आधार पर भविष्यवाणी कर सकते हो। जैसे, बहुत से सिक्के उछालने पर लगभग कितनी बार चित आएगा? घुड़दौड़ के खेल में कौन-सा घोड़ा अधिक बार जीतेगा?

पर केवल एक घटना का परिणाम नहीं बताया जा सकता।

एक सिक्का उछालने पर चित आएगा या पट? एक पांसा फेंकने पर कौन-सी संख्या ऊपर आएगी?

एक बार घुड़दौड़ का खेल खेलें तो कौन जीतेगा?

घटना के केवल एक बार घटने पर कोई भी परिणाम आ सकता है। कौन-सा आया यह संयोग की बात है।

चंगु ने एक सिक्के को तीन बार उछाला और तीनों बार चित आया। चौथी बार उछाले तो क्या होगा?

इसको लेकर चंगू-मंगू में बहस हो गई।

चंगू: 'तीनों बार चित आया इसलिए इस बार भी चित ही आएगा।'

मंगू: 'बहुत देर से पट नहीं आया, अब तो पट ही जाएगा।'

तुम्हें क्या लगता है। कौन सही है? (60)

यदि बीना एक्सप्रेस आज 10 मिनट लेट थी, तो कल किस समय पर आएगी, क्या तुम बता सकते हो? (61)

भारतीय क्रिकेट टीम के कप्तान लगातार चार बार टॉस हार चुके हैं। क्या वे इस बार टॉस जीतेंगे? (62)

### **एक अभ्यास**

एक किसान के पास धान का कई साल पुराना बीज पड़ा था। उसने यह निर्णय किया कि इस बीज से बोआई करने के पहले वह उसको परखेगा। उसने अलग-अलग संख्या में बीज बोकर पता किया कि कितने प्रतिशत बीज अंकुरित होते हैं। उसने ऐसे कुल मिलाकर 5 प्रयोग किए जिनके परिणाम तालिका 6 में लिखे हैं।

### तालिका 6

क्र.	बोए हुए बीजों की संख्या/मात्रा	अंकुरित बीजों की संख्या/मात्रा	प्रतिशत अंकुरित बीजों की संख्या/मात्रा
1.	1	0	0
2.	10	10	
3.	150	60	40%
4.	1000	650	
5.	1/2 किलो	लगभग दो-तिहाई	

प्रत्येक प्रयोग में अंकुरित बीजों का प्रतिशत तालिका के आखिरी स्तंभ में भरो। इसके आधार पर बताओ कि किसान अपने बीज के अंकुरण का प्रतिशत पता करने के लिए किस प्रयोग पर ज्यादा भरोसा करे? तर्क सहित समझाओ। (63)

किसान के प्रयोग क्रमांक 1 व 2 के आधार पर बीजों के अंकुरण के बारे में तुम क्या कह सकते हो? (64)

किसान के पहले दो प्रयोगों (क्रमांक 1 व 2) और अंतिम दो प्रयोगों (क्रमांक 4 व 5) के परिणामों में इतना अंतर क्यों आया होगा? इस अध्याय में तुमने जो कुछ सीखा उसके आधार पर क्या तुम इस अंतर का कोई कारण बता सकते हो? (65)

### एक विशेष प्रयास

इमली के चियों या कौड़ियों से चंगा तो तुमने खेला ही होगा।

चियों या कौड़ियों से 1000 चालें चलकर यह पता लगाओ कि 1, 2, 3, 4 और 8 कितनी-कितनी बार आते हैं। (66)

अपने आंकड़ों के आधार पर 1, 2, 3, 4 और 8 आने की संभाविताएं पता करो। (67)

शायद अब तुम समझ जाओगे कि चंगा खेलते हुए 4 और 8 मुश्किल से क्यों आते हैं और 2 अक्सर आ जाता है।

### कुछ अनुभव तुम्हारे और हमारे

इस अध्याय में तुमने जो कुछ सीखा है उसके आधार पर नीचे लिखे प्रश्नों के उत्तर दो:

क्षय रोग (टी.बी.) की जांच के लिए डॉक्टर थूक (खखार) में सूक्ष्मदर्शी के द्वारा रोग के कीटाणु ढूँढते हैं।

यदि पहली बार की ही जांच में कीटाणु न दिखें, तो थूक 3-4 बार और इकट्ठी करके जांच की जाती है।

ऐसा क्यों किया जाता है? (68)

क्या तुमने कभी ग्राम सेवक को खेत की मिट्टी जांचने के लिए मिट्टी का नमूना इकट्ठा करते हुए देखा है? जिस खेत की मिट्टी जांचनी हो उस खेत में धूमकर अलग-अलग हिस्सों से थोड़ी-थोड़ी मिट्टी इकट्ठी करके अच्छी तरह मिला ली जाती है। उसके बाद मिली हुई मिट्टी में से एक हिस्सा निकालकर प्रयोगशाला में जांच के लिए भेज दिया जाता है।

किसी खेत की मिट्टी में क्या-क्या गुण हैं यह पता करने के लिए किसी भी एक जगह से मिट्टी का नमूना इकट्ठा करना क्यों काफी नहीं माना जाता? (69)

---

### नए शब्द

संयोग	प्रयोगशाला	संभाविता
स्तंभालेख	क्षयरोग (टी.बी.)	सामूहिक तालिका

